

$$P'_g = \frac{Y_t}{Y_t^*}.$$

Indicando con α la quota di prodotto che, nell'anno base, è stata attribuita al lavoro e con β quella attribuita al capitale, si potrà scrivere:

$$Y_t^* = \frac{\alpha Y_{t-\theta}}{L_{t-\theta}} L_t + \frac{\beta Y_{t-\theta}}{K_{t-\theta}} K_t$$

dove $\frac{\alpha Y_{t-\theta}}{L_{t-\theta}}$ e $\frac{\beta Y_{t-\theta}}{K_{t-\theta}}$ indicano rispettivamente le produttività specifiche del lavoro e del capitale all'anno base.

Si avrà dunque:

$$\begin{aligned} P'_g &= \frac{Y_t}{\alpha Y_{t-\theta} \frac{L_t}{L_{t-\theta}} + \beta Y_{t-\theta} \frac{K_t}{K_{t-\theta}}} \\ &= \frac{Y_t/Y_{t-\theta}}{\alpha(L_t/L_{t-\theta}) + \beta(K_t/K_{t-\theta})} \end{aligned}$$

indicando i rapporti tra le variabili in tempi diversi come indici a base fissa (essendo l'anno base $t - \theta$), si perviene alla formula comunemente denominata "indice di produttività globale".

$$P'_G = \frac{Y'}{\alpha L' + \beta K'}.$$

Il ragionamento esposto permette di scindere, con alcuni elementari passaggi, l'aumento del prodotto nelle tre componenti dovute rispettivamente: all'aumento del fattore lavoro, all'aumento del fattore capitale e al progresso tecnico.

Infatti si potrà scrivere:

$$Y_t - Y_{t-\theta} = (Y_t^* - Y_{t-\theta}) + (Y_t - Y_t^*).$$

La prima delle due differenze tra le parentesi misura l'aumento di prodotto dovuto alle sole variazioni dei fattori, la seconda esprime invece l'aumento di prodotto dovuto al progresso tecnico.

Si può ancora scindere la prima differenza della parte