

Septimum Theorema, Propositio 14.

Vide prop. 9. scholio 2.

Omnes duo numeri qui inuicem ducti producunt numerum cubum in proportione se habent cum lateribus cubicis naturalibus illius, & si alter eorum ducatur in numerum, qui ad reliquum se habeat in proportione numeri cubi ad numerum cubum, qui producet cubus erit: & si qui sic producit cubus sit, reliquus primorum ad eundem proportionem habet vt cubi ad cubum. At si productus cubus non sit nec in quem ducitur ad reliquum proportionem habebit vt cubi ad cubum. Et si non habeat proportionem is in quem ducitur, nec productus cubus erit. Et si numerus non quadratus in suam radicem ducatur producet radicis illius cubus qui erit radix quadrata. Et si radix quadrata numeri cubi ex numero & radice alia vel utcumque producat, quantitates ex quibus producentur mutuo se habebunt cum radice illius numeri, cubica & quadrata cubica dicitur. Et si binomium aut recisum reducatur ad cubum erit differentia partium cubus differentia binomij aut recisi. Vnde manifestum est quomodo dati binomij aut recisi liceat radicem cubicam inuenire.

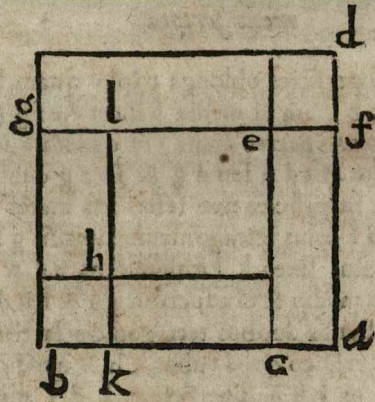
Com. Sint a b duo numeri ex quorum ductu producat c numerus cubus, eruntque ex

a	b
d	e
f	g

definitione numerorum cubicorum duo numeri quorum vnus erit radix alterius qui inuicem ducti producet c & sint d & e & appellantur latera naturalia. Et constat quod mutuo se habebunt in proportione cub. a & b ex demonstratis in xi. libro ab Euclide. Et hoc est primum. Dico & quod si a gratia exempli ducatur in d qui habeat proportionem ad b vt numeri g ad numerum h qui sint ambo cubi, quod f productus ex d in a est cubus & hoc est secundum. Nam ex a in b fit c & ex a in d fit f, igitur c ad f vt b ad d. Sed ex supposito b ad d vt cubi g ad cubum h, igitur c ad f vt g ad h, quare cum c sit cubus erit f necessario cubus. vt ab Euclide constitutum est. Contra & est tertium propositum: si ex a in d fiat f cubus & d se habeat ad b vt g ad h vel vt cubi ad cubum. Et ex hoc patet quod si f non sit cubus nec d se habeat vt cubus ad cubum ad ipsum b & est quartum: & ita quintum illius conuersum. Sextum indiget exemplo tantum; nam 3. in 3. producit 27. quæ est cubus 3. & quia 27. potest produci ex aliis vt 2. & 6. $\frac{3}{4}$ dico (& est septimum) quod vt se habet 3. ad 2. ita se habeat 6. $\frac{3}{4}$ ad 3. est enim vtrique ratio sexqui altera. Nam

sexquialtera fit per $1\frac{1}{2}$ cuius quadratum est $2\frac{1}{4}$ quod demum in 3. producit $6\frac{3}{4}$. Octauum est non alias demonstratum: velut cubus 7.

diuisi in 5. & 2. producit partes 185. & 158. quarum differentia est 27. cubus 3. differentia 5. & 2. capio ergo a b, quæ sit 7. diuisam in c vt b c sit 5. & e a 2. & constat ex constructione quod sunt duo corpora, quorum vnus constat ex cubo b c, & triplo b c in quadratum d e seu a c & est 185. aliud est cubus a c cum triplo a c in quadratum e g, triplum autem a c in quadratum e g superat triplum b c in quadratum d e f in triplo c k differentia in rectangulum ex a f in f d seu b c in c a. At vicissim eum fecerimus b k æqualem a c cubus b c superat cubum c a seu d e f seu b k h in cubo k c differentia & triplo k c & b k in



Triplum c k in b c in c a
Triplum c k in quadratum b k h
Triplum b k in quadratum h e l

rectangulum c k h, hoc autem est æquale triplo c k differentia in rectangulum ex a f in f d quod claritatis causa ostendi in margine. Constat enim quod est perinde ac si dicas triplum b c in c h; hoc autem est æquale triplo b c in c a cum latera omnia sint eadem. Igitur sublati hinc inde partibus sex æqualibus erit differentia cubi b c cum triplo b c in quadratum a c à cubo a c, & triplo a c in quadratum b c cubus k c differentia quod propositum est. Sed difficultas maior precedente relinquitur, & maxime quod nos in octaua parte diximus de quadratorum differentia tam in radice quàm in cubo dum de partium differentia locuti sumus. Exempli gratia cubus 3. p. 27. vel m. 3. nam ad idem tendunt quoad hoc est 3. 605. m. 3. 578. quarum partium differentia quadratorum est 27. cubus 3. differentia quadratorum 3. 5. m. 3. 2. & hoc est valde mirum cum diuiso 8. in 5. & 3. id est 3. 25. p. vel m. 3. 9. prodeant 260. p. vel m. 252. pro numeris seu pro 3. quæ æquivalent 3. 67600. m. vel p. 3. 63504. quare differentia est 8 cubus 2. differentia partium. Quinimo differentia quadratorum partium est 4096. cuius 3. est 64. quadratum cubi 2. Sed si statuamus partes 3. 25. m. 3. aut p. 3. 4. adhuc sicut partes cubi 185. m. 158. quarum differentia est 27. cubus 3. differentia illarum. Et idem pro 3. 34225. m. aut p. 3. 24964. & ad idem redeunt: non tamen differentia