cosicchè, sostituendo, si ha successivamente:

$$I = \frac{1}{2a}\int\left(\frac{1}{a+x} + \frac{1}{a-x}\right)dx,$$

$$» = \frac{1}{2a}\left(\int\frac{dx}{a+x} + \int\frac{dx}{a-x}\right),$$

$$» = \frac{1}{2a}\left(\int\frac{dx}{x+a} - \int\frac{dx}{x-a}\right),$$

$$» = \frac{1}{2a}[\log(x+a) - \log(x-a)],$$

$$» = \frac{1}{2a}\log\frac{x+a}{x-a},$$

ove si deve supporre $\frac{x+a}{x-a} > 0$, e inoltre, nel corso del calcolo, si suppone $x+a>0$, $x-a>0$. Si sottintende insomma che la quantità sotto il segno « log » sia presa sempre in valore assoluto.

***Osservazione***. - L' $\int\frac{dx}{x^2-a^2}$ si riconduce tosto al precedente, osservando che

$$\int\frac{dx}{x^2-a^2} = -\int\frac{dx}{a^2-x^2} = -\frac{1}{2a}\log\frac{x+a}{x-a} = \frac{1}{2a}\log\frac{x-a}{x+a}.$$

2) Il metodo si applica pure all'integrazione di un polinomio

$$f(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \ldots + a_{n-1} x + a_n.$$

Qui però la funzione si trova già decomposta nella somma di funzioni più semplici, che sono appunto i singoli termini del polinomio. Abbiamo così successivamente:

$$\int(a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \ldots + a_{n-1} x + a_n)\,dx =$$

$$= \int a_0 x^n dx + \int a_1 x^{n-1} dx + \ldots + \int a_{n-1} x\,dx + \int a_n dx,$$

$$= a_0\int x^n dx + a_1\int x^{n-1} dx + \ldots + a_{n-1}\int x dx + a_n\int dx,$$

$$= a_0\frac{x^{n+1}}{n+1} + a_1\frac{x^n}{n} + \ldots + a_{n-1}\frac{x^2}{2} + a_n x,$$

sottintendendo sempre la costante additiva arbitraria.

3) Si consideri l'integrale

$$I = \int\frac{dx}{\operatorname{sen}^2 x \cos^2 x}.$$