

Alla seconda colonna aggiungiamo la prima moltiplicata per $-a$, e alla terza aggiungiamo la seconda pure moltiplicata per $-a$; si ottiene:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & b-a & b^2-ab \\ 1 & c-a & c^2-ac \end{vmatrix}.$$

In questo determinante gli elementi della prima riga sono eguali a zero eccettuato l'elemento principale, che è uguale all'unità; il determinante è uguale a questo elemento moltiplicato per il suo minore complementare:

$$D = \begin{vmatrix} b-a & b^2-ab \\ c-a & c^2-ac \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b-a & b(b-a) \\ c-a & c(c-a) \end{vmatrix}.$$

Nell'ultimo determinante si può raccogliere $b-a$ dalla prima riga e $c-a$ dalla seconda; si ottiene:

$$D = (b-a)(c-a) \begin{vmatrix} 1 & b \\ 1 & c \end{vmatrix},$$

o, in fine,

$$D = (b-a)(c-a)(c-b).$$

Esempio 2.^o - Si consideri il determinante (*circolante*)

$$D = \begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}:$$

senza ricorrere al solito sviluppo, si può mettere in evidenza il fattore $a+b+c$. Basta all'uopo aggiungere alla prima, la seconda e la terza colonna, e raccogliere dalla prima colonna del nuovo determinante il fattore comune $a+b+c$; si ottiene successivamente:

$$D = \begin{vmatrix} a+b+c & b & c \\ b+c+a & c & a \\ c+a+b & a & b \end{vmatrix}, \quad D = (a+b+c) \begin{vmatrix} 1 & b & c \\ 1 & c & a \\ 1 & a & b \end{vmatrix},$$

e in fine,

$$D = (a+b+c)(ab+ac+bc-a^2-b^2-c^2).$$