Sia w la ricchezza dell'individuo. Perché U(w) sia crescente occorre che U'(w)>0, mentre è strettamente concava rispetto a w se U''(w)<0.

Nel seguito del lavoro si supporrà che la funzione di utilità, ove non specificato diversamente, descriva il caso di avversione al rischio ed abbia U'>0 e U''<0.

Il coefficiente ASSOLUTO di avversione al rischio (Arrow-Pratt) è dato da:

$$APA(w) = -\frac{U^{''}(w)}{U^{'}(w)} = -\frac{dLnU'(w)}{dw}$$

(il denominatore serve a normalizzare il coefficiente in modo da avere un indicatore puro), mentre il suo inverso è definito grado di TOLLERANZA AL RISCHIO:

T(w) = 1/APA(w)

Se si fa riferimento al caso classico di funzione di utilità logaritmica (Ln(w)), evocata dallo stesso Bernoulli per risolvere il paradosso di San Pietroburgo, si ha:

$$U'(w) = 1/w > 0 \quad e \quad U''(w) = -1/w^2 < 0$$

ed il grado di avversione assoluta al rischio è uguale ad APA(w)=1/w.

In questo caso l'avversione al rischio diminuisce al crescere della ricchezza: ciò significa che il decisore è maggiormente disposto a correre rischi quanto più è finanziariamente solido.

In generale si distinguono le seguenti funzioni, in base al segno della derivata della avversione assoluta al rischio:

1) CARA = constant absolute risk aversion = avversione costante al rischio rispetto a w (ad esempio: l'esponenziale negativa[6]);
2) DARA = decreasing absolute risk aversion = avversione al rischio decrescente rispetto a w;
3) IARA = increasing absolute risk aversion = avversione crescente al rischio rispetto a w.

La funzione di utilità quadratica è coerente con il criterio media-varianza; tuttavia la funzione quadratica ha un coefficiente di avversione assoluta al rischio crescente rispetto alla ricchezza (maggiore è la ricchezza, minore la disponibilità ad investire in attività rischiose) che è poco realistico[7]; inoltre tale funzione implica una utilità marginale negativa per valori della ricchezza superiore ad una certa soglia.

Il coefficiente di avversione assoluta al rischio è in generale quello a cui si fa più riferimento nella letteratura, ma giova ricordare anche il coefficiente RELATIVO di avversione al rischio (Arrow-Pratt), dato da:

$$APR(w) = -\frac{w*U^{''}(w)}{U^{'}(w)} = -\frac{dLnU'(w)}{dLn(w)}$$

[6] Si consideri la generica $U=-e^{-hw}$: $U'=-(-h)e^{-hw} = he^{-hw}$; $U''=-h^2e^{-hw}$, da cui $-U''/U'=h$

[7] Si consideri la funzione $U=w-hw^2$: si ha $U'=1-2hw$; $U''=-2h$; quindi $APA(w)=2h/[1-2hw]$, il cui valore aumenta al crescere di w. U' diventa negativo per $w>1/(2h)$. Il valore atteso dell'utilità è uguale a $E(U)=E(w)-hE(w^2)$ e poiché la varianza di w può essere scritta come $\sigma^2=E(w^2)-[E(w)]^2$, il valore atteso dell'utilità può essere ricondotto ad un'espressione in termini di media e varianza: $E(U)=E(w)-h[\sigma^2+[E(w)]^2]$.